数理解析研究所講究録
1015 巻 1997 年 213-225

一様な需要分布における競合在庫問題

大阪府立大学大学院理学系研究科 北條仁志 (Hitoshi Hohjo)
大阪府立大学総合科学部 寺岡義伸 (Yoshinobu Teraoka)

1. はじめに

これまでに扱われている在庫問題では、一企業内における在庫の最適化を求めるものが多かった。しかしながら二つの企業が競合する時には、それぞれの企業がどのような戦略をとればよいのであろうかということを考える必要が現れてくる。我々はこれを部分的にではあるが、ゲーム理論的に解析を進める。

本稿では、製品を同価格で販売する二つの企業が直線上の市場に一様に分布している顧客に対して製品を提供するモデルについて考察をおこなう。またモデルでは計算を簡単にするため、企業を線分上の両端に配置するものとする。主な目的は発注や維持、不足を考慮した総コストを最小にする最適発注量を求めることとする。

2. モデル

2人のPlayer I, IIが長さ1の線分上で価格rの同一製品を同時に販売し始め、市場を分け合う。$[0,1]$区間においてPlayer Iは位置0へ、Player IIは位置1へ配置するとする。各playerの発注量$z_i, i=1,2$は単価$c_i(>0), i=1,2$で期首に入荷される。ただしPlayerは利益を得なければならないので、$r \geq c_i$とする。このモデルでは発注は期首に一度だけ可能であり、不足が生じた場合には、バックログされないものとする。Playerは在庫がなければ信用を失うという意味でペナルティを受ける。そのときの単位当たりのペナルティコストを$p_i(>0)$とする。また、余剰品に対して単位当たり$h_i(>0)$の維持費用がかかる。bを市場上に与えられた客数（需要量）とする。客は$[0,1]$区間上に一様に分布しており、一人一個の製品を距離の近い方の店へまず買いに行き、在庫がなければもう一方の店へ買いに行くものとする。この時、需要を満たされない客もいることに注意せよ。客は各地点を同時に出発し、店までの到着時間は移動距離に比例するとする。そのときの単位距離当たりの移動時間をtとおくと、計画期間としては$\frac{3}{2}t$であると考えることができる。Player IとIIは非協力的であり、各playerの目的は総コストを最小にすることである。その時、各playerは期首にどれだけ発注しておけばよいのであろうか。そこで発注量z_1, z_2は独立して決定される。

$Q_i(T)$は時刻TにおけるPlayer iの在庫量を表すとする。$C_j^i(z_1, z_2), j=1,\cdots,6$をPlayer iの期平均コストとする。まず、発注量z_iと需要量bの関係により、6つの状況が考えられる。その各状況の期平均コストを以下で計算する。

Situation 1: $z_1 \geq \frac{b}{2}$**かつ**$z_2 \geq \frac{b}{2}$**の場合** (Figure 1,2)

Player i の在庫量 $Q_i(T)$ は

$$Q_i(T) = \begin{cases} z_i - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_i - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。この時、Player i における総コスト $C_1^i(z_1, z_2)$ は

$$C_1^i(z_1, z_2) = (c_i + h_i)z_i - (\frac{5}{12}h_i + \frac{1}{2}r)b$$

で与えられる。$C_1^i(z_1, z_2)$ は z_i における線形増加関数であるので、それぞれの Player に対して次の様な最適発注量が得られる。

$C_1^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{b}{2}$ である。

$C_1^2(z_1, z_2)$ に関しても同様に、$C_1^2(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_2 は $z_2^* = \frac{b}{2}$ である。

Situation 2: $0 \le z_1 < \frac{b}{2}$ **かつ** $z_2 \ge \frac{b}{2}$ **の場合** $z_1 + z_2 \ge b$ のとき (Figure 3,4)

Player I の在庫量 $Q_1(T)$ は

$$Q_1(T) = \begin{cases} z_1 - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_1 - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。この時、Player I における総コスト $C_2^1(z_1, z_2)$ は

$$C_2^1(z_1, z_2) = (c_1 - p_1 - r)z_1 + \frac{5}{12}p_1 b + (h_1 + p_1)\frac{z_1^2}{3b}$$

で与えられる。$C_2^1(z_1, z_2)$ を最小にする z_1 を求めるために、z_1 で偏微分すると

$$\frac{\partial}{\partial z_1}C_2^1(z_1, z_2) = c_1 - p_1 - r + \frac{2(h_1 + p_1)}{3b}z_1.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z_1^2}C_2^1(z_1, z_2) = \frac{2(h_1 + p_1)}{3b} > 0.$$

よって $C_2^1(z_1, z_2)$ は z_1 の狭義凸関数である。また、

$$\lim_{z_1 \to +0} \frac{\partial}{\partial z_1}C_2^1(z_1, z_2) = c_1 - p_1 - r < 0,$$

$$\lim_{z_1 \to \frac{b}{2}} \frac{\partial}{\partial z_1}C_2^1(z_1, z_2) = c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1 - r$$

であるので、$0 \le z_1 < \frac{b}{2}$ の範囲において最適発注量 z_1^* を求めるために今、２つの場合分けが必要となる。

(i) $r \ge c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$ のとき

$C_2^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{b}{2}$ である。

(ii) $r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$のとき

$C_2^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$ である。

また、Player II の在庫量 $Q_2(T)$ は

$$Q_2(T) = \begin{cases} z_2 - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_2 - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le (1+\frac{z_1}{b})t \\ z_1 + z_2 + \frac{1}{2}b - \frac{T}{t}b, & (1+\frac{z_1}{b})t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。この時、Player II における総コスト $C_2^2(z_1, z_2)$ は

$$C_2^2(z_1, z_2) = (c_2 + h_2)z_2 - (\frac{1}{2}h_2 + r)b + (\frac{1}{3}h_2 + r)z_1 - \frac{h_2 z_1^2}{3b}$$

で与えられる。任意の固定された z_1 に対して $C_2^2(z_1, z_2)$ を最小にする z_2 を求めるために、z_2 で偏微分すると

$$\frac{\partial}{\partial z_2}C_2^2(z_1, z_2) = c_2 + h_2 > 0.$$

ゆえに $C_2^2(z_1, z_2)$ は固定された任意の z_1 に対して z_2 における線形増加関数である。

よって $C_2^2(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_2 は $z_2^* = \frac{b}{2}$ である。

Situation 3: $0 \le z_1 < \frac{b}{2}$**かつ** $z_2 \ge \frac{b}{2}$**の場合** $z_1 + z_2 < b$ のとき (Figure 5,6)

Player I の在庫量 $Q_1(T)$ は

$$Q_1(T) = \begin{cases} z_1 - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_1 - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。この時、Player I における総コスト $C_3^1(z_1, z_2)$ は

$$C_3^1(z_1, z_2) = (c_1 - p_1 - r)z_1 + \frac{5}{12}p_1 b + (h_1 + p_1)\frac{z_1^2}{3b}$$

で与えられる。**Situation 2** と同様、最適発注量 z_1^* を求めるために今、2つの場合分けが必要となる。

(i) $r \ge c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$のとき

$C_3^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{b}{2}$ である。

(ii) $r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$のとき

$C_3^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$ である。

また、Player II の在庫量 $Q_2(T)$ は

$$Q_2(T) = \begin{cases} z_2 - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_2 - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le (1+\frac{z_1}{b})t \\ z_1 + z_2 + \frac{1}{2}b - \frac{T}{t}b, & (1+\frac{z_1}{b})t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。この時、Player II における総コスト$C_3^2(z_1, z_2)$は

$$C_3^2(z_1, z_2) = (c_2+\frac{1}{3}h_2-\frac{2}{3}p_2-r)z_2+(\frac{1}{3}p_2-\frac{1}{6}h_2)b-(\frac{1}{3}h_2+\frac{2}{3}p_2)z_1-\frac{h_2z_1^2}{3b}+(h_2+p_2)\frac{(z_1+z_2)^2}{3b}$$

で与えられる。最適発注量z_2^*を決定するために、z_2を固定してz_1について二回偏微分すると

$$\frac{\partial^2}{\partial z_1^2}C_3^2(z_1, z_2) = \frac{2p_2}{3b} > 0.$$

よって$C_3^2(z_1, z_2)$は任意の固定されたz_2に対してz_1の狭義凸関数である。すなわち$0 \leq z_1 \leq \frac{b}{2}$における$C_3^2(z_1, z_2)$の最大値は$z_1$の端点でとれる。それらの端点においてコスト値を計算すると

$$\begin{aligned} C_3^2(0, z_2) &= (h_2+p_2)\frac{z_2^2}{3b}+\left(c_2+\frac{1}{3}h_2-\frac{2}{3}p_2-r\right)z_2+\left(\frac{1}{3}p_2-\frac{1}{6}h_2\right)b \\ &= \frac{(h_2+p_2)}{3b}\left(z_2-\frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b\right)^2+\left(\frac{1}{3}p_2-\frac{1}{6}h_2\right)b \\ &\quad -\frac{(3r-3c_2-h_2+2p_2)^2}{12(h_2+p_2)}b, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_3^2(\frac{b}{2}, z_2) &= (h_2+p_2)\frac{z_2^2}{3b}+\left(c_2+\frac{2}{3}h_2-\frac{1}{3}p_2-r\right)z_2+\left(\frac{1}{12}p_2-\frac{1}{3}h_2\right)b \\ &= \frac{(h_2+p_2)}{3b}\left(z_2-\frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b\right)^2+\left(\frac{1}{12}p_2-\frac{1}{3}h_2\right)b \\ &\quad -\frac{(3r-3c_2-2h_2+p_2)^2}{12(h_2+p_2)}b. \end{aligned}$$

上式より$C_3^2(0, z_2)$の軸は$C_3^2(\frac{b}{2}, z_2)$の軸より$\frac{b}{2}$だけ右にあることがわかる。よって

$$\max_{z_1} C_3^2(z_1, z_2) = \begin{cases} C_3^2(0, z_2), & z_2 \leq \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b \\ C_3^2(\frac{b}{2}, z_2), & z_2 \geq \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b. \end{cases}$$

このときz_2について最小をとれば、軸と交点の座標の位置関係により次のような4つの場合分けが生じる。

(i) $c_2 \leq r < c_2+\frac{2}{3}h_2-\frac{1}{3}p_2$のとき
　$C_3^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{b}{2}$である。

(ii) $c_2+\frac{2}{3}h_2-\frac{1}{3}p_2 \leq r < c_2+\frac{4h_2-p_2}{6}$のとき
　$C_3^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b$である。

(iii) $c_2+\frac{4h_2-p_2}{6} \leq r < c_2+\frac{6h_2+p_2}{6}$のとき
　$C_3^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$である。

(iv) $r \geq c_2+\frac{6h_2+p_2}{6}$のとき

$C_3^2(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_2 は $z_2^* = \frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b$ である。

Situation 4: $0 \le z_1 < \frac{b}{2}$ **かつ** $0 \le z_2 < \frac{b}{2}$ **の場合** (Figure 7,8)
Player I の在庫量 $Q_1(T)$ は

$$Q_1(T) = \begin{cases} z_1 - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_1 - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le (1+\frac{z_2}{b})t \\ z_1 + z_2 + \frac{1}{2}b - \frac{T}{t}b, & (1+\frac{z_2}{b})t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。この時、Player I における総コスト $C_4^1(z_1, z_2)$ は

$$C_4^1(z_1, z_2) = (h_1 + p_1)\frac{z_1^2}{3b} + (c_1 - p_1 - r)z_1 + \frac{p_1 z_2^2}{3b} - \frac{1}{3}p_1 z_2 + \frac{1}{2}p_1 b$$

で与えられる。$C_4^1(z_1, z_2)$ を最小にする z_1 を求めるために、z_2 を固定して、z_1 で偏微分すると

$$\frac{\partial}{\partial z_1}C_4^1(z_1, z_2) = c_1 - p_1 - r + \frac{2(h_1 + p_1)}{3b}z_1.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z_1^2}C_4^1(z_1, z_2) = \frac{2(h_1 + p_1)}{3b} > 0.$$

ゆえに $C_4^1(z_1, z_2)$ は任意の固定された z_2 に対して z_1 の狭義凸関数である。この時、**Situation 2** と同様に２つの場合分けを必要とする。
(i) $r \ge c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$ のとき
　$C_4^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{b}{2}$ である。
(ii) $r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$ のとき
　$C_4^1(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_1 は $z_1^* = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$ である。
また、Player II の在庫量 $Q_2(T)$ は

$$Q_2(T) = \begin{cases} z_2 - \frac{T}{t}b, & 0 \le T \le \frac{1}{2}t \\ z_2 - \frac{1}{2}b, & \frac{1}{2}t \le T \le (1+\frac{z_1}{b})t \\ z_1 + z_2 + \frac{1}{2}b - \frac{T}{t}b, & (1+\frac{z_1}{b})t \le T \le \frac{3}{2}t \end{cases}$$

で表せる。$C_4^2(z_1, z_2)$ に関しても同様にして

$$C_4^2(z_1, z_2) = (h_2 + p_2)\frac{z_2^2}{3b} + (c_2 - p_2 - r)z_2 + \frac{p_2 z_1^2}{3b} - \frac{1}{3}p_2 z_1 + \frac{1}{2}p_2 b.$$

(i) $r \ge c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$ のとき
　$C_4^2(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_2 は $z_2^* = \frac{b}{2}$ である。
(ii) $r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$ のとき
　$C_4^2(z_1, z_2)$ を最小にする最適発注量 z_2 は $z_2^* = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$ である。

Player I と II は対称的であるので、$z_1 \geq \frac{b}{2}$かつ$0 \leq z_2 < \frac{b}{2}$の場合には **Situation 2,3** においてz_1とz_2の役割を入れ替えることによって得られる。

Situation 5: $z_1 \geq \frac{b}{2}$**かつ**$0 \leq z_2 < \frac{b}{2}$**の場合** $z_1 + z_2 \geq b$のとき
Player I に対して

$$C_5^1(z_1, z_2) = (c_1 + h_1)z_1 - (\frac{1}{2}h_1 + r)b + (\frac{1}{3}h_1 + r)z_2 - \frac{h_1 z_2^2}{3b}.$$

$C_5^1(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_1は$z_1^* = \frac{b}{2}$である。
Player II に対して

$$C_5^2(z_1, z_2) = (c_2 - p_2 - r)z_2 + \frac{5}{12}p_2 b + (h_2 + p_2)\frac{z_2^2}{3b}.$$

(i) $r \geq c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$のとき
$C_5^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{b}{2}$である。
(ii) $r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$のとき
$C_5^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

Situation 6: $z_1 \geq \frac{b}{2}$**かつ**$0 \leq z_2 < \frac{b}{2}$**の場合** $z_1 + z_2 < b$のとき
Player I に対して

$$C_6^1(z_1, z_2) = (c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1 - r)z_1 + (\frac{1}{3}p_1 - \frac{1}{6}h_1)b - (\frac{1}{3}h_1 + \frac{2}{3}p_1)z_2 - \frac{h_1 z_2^2}{3b} + (h_1 + p_1)\frac{(z_1 + z_2)^2}{3b}.$$

(i) $c_1 \leq r < c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{3}p_1$のとき
$C_6^1(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_1は$z_1^* = \frac{b}{2}$である。
(ii) $c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{3}p_1 \leq r < c_1 + \frac{4h_1-p_1}{6}$
$C_6^1(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_1は$z_1^* = \frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b$である。
(iii) $c_1 + \frac{4h_1-p_1}{6} \leq r < c_1 + \frac{6h_1+p_1}{6}$のとき
$C_6^1(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_1は$z_1^* = \frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b$である。
(iv) $r \geq c_1 + \frac{6h_1+p_1}{6}$のとき
$C_6^1(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_1は$z_1^* = \frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b$である。
Player II に対して

$$C_6^2(z_1, z_2) = (c_2 - p_2 - r)z_2 + \frac{5}{12}p_2 b + (h_2 + p_2)\frac{z_2^2}{3b}.$$

(i) $r \geq c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$のとき
$C_6^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{b}{2}$である。
(ii) $r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$のとき

$C_6^2(z_1, z_2)$を最小にする最適発注量z_2は$z_2^* = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

3．平衡解析

前節で得られた最適発注量z_i^*をPlayer iの戦略の一つとして考えてみよう。我々はこの戦略をもとにして利得行列を与え、平衡点を見つけるという方法で解析を行う。

Definition. 非0和ゲームにおいて戦略対$\mathrm{x}^* \in X$, $\mathrm{y}^* \in Y$が平衡点であるとは、任意の$\mathrm{x} \in X$, $\mathrm{y} \in Y$に対して次式が成り立つことである。:

$$e_1(\mathrm{x}, \mathrm{y}^*) \geq e_1(\mathrm{x}^*, \mathrm{y}^*); \qquad e_2(\mathrm{x}^*, \mathrm{y}) \geq e_2(\mathrm{x}^*, \mathrm{y}^*)$$

そこでe_1はPlayer I の利得、e_2はPlayer II の利得である。

我々のモデルではrについて次の様な５つの場合分けを考える必要性が現れる。: Player iに対して

$$\begin{aligned}
c_i \leq &\ r < c_i + \tfrac{1}{3}h_i - \tfrac{2}{3}p_i, \\
c_i + \tfrac{1}{3}h_i - \tfrac{2}{3}p_i \leq &\ r < c_i + \tfrac{2}{3}h_i - \tfrac{1}{3}p_i, \\
c_i + \tfrac{2}{3}h_i - \tfrac{1}{3}p_i \leq &\ r < c_i + \tfrac{2}{3}h_i - \tfrac{1}{6}p_i, \\
c_i + \tfrac{2}{3}h_i - \tfrac{1}{6}p_i \leq &\ r < c_i + h_i + \tfrac{1}{6}p_i, \\
c_i + h_i - \tfrac{1}{6}p_i \leq &\ r \ .
\end{aligned}$$

Player I と II の組み合わせから25通りの状況について考慮しなければならない。しかしながらPlayer I と II は対称的であるので、実際には15通りについて解析すればよい。ここでは25通りのうちのごく一部を紹介する。書式を簡略化するために、$\frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$, $\frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b$, $\frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b$, $\frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b$をそれぞれ$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$とおき、$\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$, $\frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b$, $\frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$, $\frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b$をそれぞれ$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$とおく。

Case 1: $c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$かつ$c_2 \leq r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$の場合

Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2} > \frac{3(r-c_i+p_i)}{2(h_i+p_i)}b$である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\
\begin{array}{c} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \end{array} &
\begin{pmatrix}
(C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) & (C_6^1(z_1^*, \beta_1), C_6^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) \\
(C_3^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_3^2(\alpha_1, z_2^*)) & (C_4^1(z_1^*, \beta_1), C_4^2(\alpha_1, z_2^*))
\end{pmatrix}
\end{array}$$

それぞれのコスト値から次のような不等式が得られる。:

$$C_1^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) > C_3^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) \quad ; \quad C_6^1(z_1^*, \beta_1) > C_4^1(z_1^*, \beta_1).$$

$$C_1^2\left(\frac{b}{2}, z_2^*\right) > C_6^2\left(\frac{b}{2}, z_2^*\right) \quad ; \quad C_3^2(\alpha_1, z_2^*) > C_4^2(\alpha_1, z_2^*).$$

このときは四人のジレンマ型の行列となり、平衡点は$z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

Case 2: $c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$かつ$c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2 \leq r < c_2 + \frac{2}{3}h_2 - \frac{1}{3}p_2$の場合
Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$をとる。ここで$\frac{b}{2} > \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{cc} & \mathrm{II}_1 \\ \begin{array}{c}\mathrm{I}_1\\ \mathrm{I}_2\end{array} & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) \\ (C_3^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_3^2(\alpha_1, z_2^*)) \end{pmatrix} \end{array}$$

それぞれのコスト値から次のような不等式が得られる。:

$$C_1^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) > C_3^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right).$$

よって平衡点は$z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{b}{2}$である。

Case 3: $c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$かつ$c_2 + \frac{2}{3}h_2 - \frac{1}{3}p_2 \leq r < c_2 + \frac{2}{3}h_2 - \frac{1}{6}p_2$の場合
Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 =$
$\frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2} > \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, \frac{b}{2} \leq \frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b$である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}\mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2\end{array} \\ \begin{array}{c}\mathrm{I}_1\\ \mathrm{I}_2\end{array} & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) & (C_1^1(z_1^*, \beta_2), C_1^2(\frac{b}{2}, \beta_2)) \\ (C_3^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2})) & (C_k^1(z_1^*, \beta_2), C_k^2(\alpha_1, \beta_2)) \end{pmatrix} \end{array}$$

そこで$k = 2, 3$であり、$C_k^2(\alpha_1, \beta_2) = \begin{cases} C_2^2(\alpha_1, \beta_2), & k = 2 \\ C_3^2(\alpha_1, z_2^*), & k = 3 \end{cases}$である。
それぞれのコスト値から次のような不等式が得られる。:

$$C_1^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) > C_3^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) \quad ; \quad C_1^1(z_1^*, \beta_2) > C_k^1(z_1^*, \beta_2).$$

z_2の最適性より

$$C_3^2(\alpha_1, z_2^*) < C_3^2\left(\alpha_1, \frac{b}{2}\right).$$

$k = 2$のとき
$C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2}) \leq C_2^2(\alpha_1, \beta_2)$ならば、平衡点は$z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{b}{2}$である。

$C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2}) \geq C_2^2(\alpha_1, \beta_2)$ ならば、平衡点は $z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b$ である。
$k=3$ のとき、平衡点は $z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3r-3c_2-h_2+2p_2}{2(h_2+p_2)}b$ である。

Case 4: $c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$ かつ $c_2 + \frac{2}{3}h_2 - \frac{1}{6}p_2 \leq r < c_2 + h_2 + \frac{1}{6}p_2$ の場合

Player I は戦略として $\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$ をとり、Player II は戦略として $\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 = \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$ をとる。ここで $\frac{b}{2} > \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$, $\frac{b}{2} < \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$ である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \end{array} & \left(\begin{array}{cc} (C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) & (C_1^1(z_1^*, \beta_3), C_1^2(\frac{b}{2}, \beta_3)) \\ (C_3^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2})) & (C_k^1(z_1^*, \beta_3), C_k^2(\alpha_1, \beta_3)) \end{array} \right) \end{array}$$

そこで $k = 2, 3$ であり、$C_k^2(\alpha_1, \beta_3) = \begin{cases} C_2^2(\alpha_1, \beta_3), & k=2 \\ C_3^2(\alpha_1, z_2^*), & k=3 \end{cases}$ である。
それぞれのコスト値から次のような不等式が得られる。:

$$C_1^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) > C_3^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) \quad ; \quad C_1^1(z_1^*, \beta_3) > C_k^1(z_1^*, \beta_3).$$

z_2 の最適性より

$$C_3^2(\alpha_1, z_2^*) < C_3^2\left(\alpha_1, \frac{b}{2}\right).$$

$k=2$ のとき
$C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2}) \leq C_2^2(\alpha_1, \beta_3)$ ならば、平衡点は $z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{b}{2}$ である。
$C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2}) \geq C_2^2(\alpha_1, \beta_3)$ ならば、平衡点は $z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$ である。
$k=3$ のとき、平衡点は $z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$ である。

Case 5: $c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$ かつ $r \geq c_2 + h_2 + \frac{1}{6}p_2$ の場合

Player I は戦略として $\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$ をとり、Player II は戦略として $\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 = \frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b$ をとる。ここで $\frac{b}{2} > \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$, $\frac{b}{2} < \frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b$ である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \end{array} & \left(\begin{array}{cc} (C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) & (C_1^1(z_1^*, \beta_4), C_1^2(\frac{b}{2}, \beta_4)) \\ (C_3^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2})) & (C_k^1(z_1^*, \beta_4), C_k^2(\alpha_1, \beta_4)) \end{array} \right) \end{array}$$

そこで $k = 2, 3$ であり、$C_k^2(\alpha_1, \beta_4) = \begin{cases} C_2^2(\alpha_1, \beta_4), & k=2 \\ C_3^2(\alpha_1, z_2^*), & k=3 \end{cases}$ である。それぞれのコスト値から次のような不等式が得られる。:

$$C_1^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) > C_3^1\left(z_1^*, \frac{b}{2}\right) \quad ; \quad C_1^1(z_1^*, \beta_4) > C_k^1(z_1^*, \beta_4).$$

z_2の最適性より

$$C_3^2(\alpha_1, z_2^*) < C_3^2\left(\alpha_1, \frac{b}{2}\right).$$

$k=2$のとき
$C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2}) \leq C_2^2(\alpha_1, \beta_4)$ならば、平衡点は$z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{b}{2}$である。
$C_3^2(\alpha_1, \frac{b}{2}) \geq C_2^2(\alpha_1, \beta_4)$ならば、平衡点は$z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b$である。
$k=3$のとき、平衡点は$z_1 = \frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3r-3c_2-2h_2+p_2}{2(h_2+p_2)}b$である。

Case 6: $c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1 \leq r < c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{3}p_1$かつ$c_2 \leq r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$の場合
Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2} > \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。このときは**Case 2**においてPlayer I と II の役割を交換すればよく、利得行列は次の様に与えることができる。:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \mathrm{I}_1 & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) & (C_6^1(z_1^*, \beta_1), C_6^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) \end{pmatrix} \end{array}$$

よって平衡点は$z_1 = \frac{b}{2}, z_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

Case 11: $c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{3}p_1 \leq r < c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{6}p_1$かつ$c_2 \leq r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$の場合
Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2} \leq \frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b, \frac{b}{2} > \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。このときは**Case 3**においてPlayer I と II の役割を交換すればよく、利得行列は次の様に与えることができる。:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \end{array} & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*, \frac{b}{2}), C_1^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) & (C_6^1(\frac{b}{2}, \beta_1), C_6^2(\frac{b}{2}, z_2^*)) \\ (C_1^1(\alpha_2, \frac{b}{2}), C_1^2(\alpha_2, z_2^*)) & (C_l^1(\alpha_2, \beta_1), C_l^2(\alpha_2, z_2^*)) \end{pmatrix} \end{array}$$

そこで$l = 5, 6$であり、$C_l^1(\alpha_2, \beta_1) = \begin{cases} C_5^1(\alpha_2, \beta_1), & l=5 \\ C_6^1(z_1^*, \beta_1), & l=6 \end{cases}$である。
$l=5$のとき
$C_6^1(\frac{b}{2}, \beta_1) \leq C_5^1(\alpha_2, \beta_1)$ならば、平衡点は$z_1 = \frac{b}{2}, z_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。
$C_6^1(\frac{b}{2}, \beta_1) \geq C_5^1(\alpha_2, \beta_1)$ならば、平衡点は$z_1 = \frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。
$l=6$のとき、平衡点は$z_1 = \frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b, z_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

Case 16: $c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{6}p_1 \leq r < c_1 + h_1 + \frac{1}{6}p_1$かつ$c_2 \leq r < c_2 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}p_2$の場合
Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{I}_2 = \frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1 = \frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2 = \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2} < \frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b, \frac{b}{2} > \frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。このときは**Case**

4においてPlayer I と II の役割を交換すればよく、利得行列は次の様に与えることができる。:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \end{array} & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*,\frac{b}{2}),C_1^2(\frac{b}{2},z_2^*)) & (C_6^1(\frac{b}{2},\beta_1),C_6^2(\frac{b}{2},z_2^*)) \\ (C_1^1(\alpha_3,\frac{b}{2}),C_1^2(\alpha_3,z_2^*)) & (C_l^1(\alpha_3,\beta_1),C_l^2(\alpha_3,z_2^*)) \end{pmatrix} \end{array}$$

そこで$l=5,6$であり、$C_l^1(\alpha_3,\beta_1)=\begin{cases} C_5^1(\alpha_3,\beta_1), & l=5 \\ C_6^1(z_1^*,\beta_1), & l=6 \end{cases}$である。

$l=5$のとき

$C_6^1(\frac{b}{2},\beta_1)\le C_5^1(\alpha_3,\beta_1)$ならば、平衡点は$z_1=\frac{b}{2}, z_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

$C_6^1(\frac{b}{2},\beta_1)\ge C_5^1(\alpha_3,\beta_1)$ならば、平衡点は$z_1=\frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b, z_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

$l=6$のとき、平衡点は$z_1=\frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b, z_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

Case 21: $r\ge c_1+h_1+\frac{1}{6}p_1$かつ$c_2\le r<c_2+\frac{1}{3}h_2-\frac{2}{3}p_2$の場合

Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1=\frac{b}{2}, \mathrm{I}_2=\frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1=\frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2}<\frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b, \frac{b}{2}>\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。このときは**Case 5**においてPlayer I と II の役割を交換すればよく、利得行列は次の様に与えることができる。:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} \mathrm{I}_1 \\ \mathrm{I}_2 \end{array} & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*,\frac{b}{2}),C_1^2(\frac{b}{2},z_2^*)) & (C_6^1(\frac{b}{2},\beta_1),C_6^2(\frac{b}{2},z_2^*)) \\ (C_1^1(\alpha_4,\frac{b}{2}),C_1^2(\alpha_4,z_2^*)) & (C_l^1(\alpha_4,\beta_1),C_l^2(\alpha_4,z_2^*)) \end{pmatrix} \end{array}$$

そこで$l=5,6$であり、$C_l^1(\alpha_4,\beta_1)=\begin{cases} C_5^1(\alpha_4,\beta_1), & l=5 \\ C_6^1(z_1^*,\beta_1), & l=6 \end{cases}$である。

$l=5$のとき

$C_6^1(\frac{b}{2},\beta_1)\le C_5^1(\alpha_4,\beta_1)$ならば、平衡点は$z_1=\frac{b}{2}, z_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

$C_6^1(\frac{b}{2},\beta_1)\ge C_5^1(\alpha_4,\beta_1)$ならば、平衡点は$z_1=\frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b, z_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

$l=6$のとき、平衡点は$z_1=\frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b, z_2=\frac{3(r-c_2+p_2)}{2(h_2+p_2)}b$である。

Case 9: $c_1+\frac{1}{3}h_1-\frac{2}{3}p_1\le r<c_1+\frac{2}{3}h_1-\frac{1}{3}p_1$かつ$c_2+\frac{2}{3}h_2-\frac{1}{6}p_2\le r<c_2+h_2+\frac{1}{6}p_2$の場合

Player Iは戦略として$\mathrm{I}_1=\frac{b}{2}$をとり、Player IIは戦略として$\mathrm{II}_1=\frac{b}{2}$, $\mathrm{II}_2=\frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$をとる。ここで$\frac{b}{2}<\frac{2h_2+3p_2}{4(h_2+p_2)}b$である。このとき、次のような利得行列を得ることができる。

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \mathrm{II}_1 & \mathrm{II}_2 \end{array} \\ \mathrm{I}_1 & \begin{pmatrix} (C_1^1(z_1^*,\frac{b}{2}),C_1^2(\frac{b}{2},z_2^*)) & (C_1^1(z_1^*,\beta_3),C_1^2(\frac{b}{2},\beta_3)) \end{pmatrix} \end{array}$$

z_2の最適性より

$$C_1^2(\frac{b}{2},z_2^*)<C_1^2(\frac{b}{2},\beta_3).$$

よって平衡点は$z_1 = \frac{b}{2}, z_2 = \frac{b}{2}$である。

Case 1〜6,11,16,21以外のCaseについては**Case 9**で示したように、平衡点は$z_1 = \frac{b}{2}, z_2 = \frac{b}{2}$となる。

4．まとめ

需要量が$\frac{b}{2}$でPlayerが一人の場合には、$c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$の時の最適発注量は$\frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$であり、$r \geq c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$の時の最適発注量は$\frac{b}{2}$であることが知られている。本稿で扱ったようにPlayerが2人になると、一方のPlayerの立場(Player I)から言えば、$c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$の時の最適発注量は一人の場合と同じく、$\frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$であることがわかった。しかしながら、平衡点という考え方からすれば、たいていの場合には最適発注量は$\frac{b}{2}$であるが、$c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{3}p_1 \leq r < c_1 + \frac{2}{3}h_1 - \frac{1}{6}p_1$の時には$\frac{3r-3c_1-h_1+2p_1}{2(h_1+p_1)}b$、$c_1+\frac{2}{3}h_1-\frac{1}{6}p_1 \leq r < c_1+h_1+\frac{1}{6}p_1$の時には$\frac{2h_1+3p_1}{4(h_1+p_1)}b$、$r \geq c_1+h_1+\frac{1}{6}p_1$の時には$\frac{3r-3c_1-2h_1+p_1}{2(h_1+p_1)}b$といった値が平衡点となり得る。これらの値をとるのはPlayer IIが$c_2 \leq r < c_2+\frac{1}{3}h_2-\frac{2}{3}p_2$の時である。このような$r$が存在するためには$h_2 > 2p_2$でなければならない。逆に$h_2 \leq 2p_2$ならば、このような範囲の$r$は存在しない。この条件を満たす製品に対しては、Player Iにとっても$h_1 \leq 2p_1$であると考えられるので、$c_1 \leq r < c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$の時の最適発注量は$\frac{3(r-c_1+p_1)}{2(h_1+p_1)}b$であり、$r \geq c_1 + \frac{1}{3}h_1 - \frac{2}{3}p_1$の時の最適発注量は$\frac{b}{2}$であるといっても過言ではないように思われる。

参考文献

[1] 児玉正憲：『生産・在庫管理システムの基礎』九州大学出版会, 1996.

[2] Hotelling,H.: stability in competition, Economic Journal vol.39, pp.41-57, 1929.

[3] Steven A.Lippman and Kevin F.McCardle: *The Competitive Newsboy*, Operations Research, Vol.45, No.1, 1997.

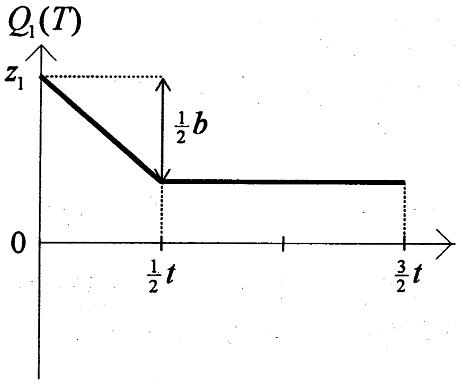

Figure 1　Case 1.の Player Iの在庫量

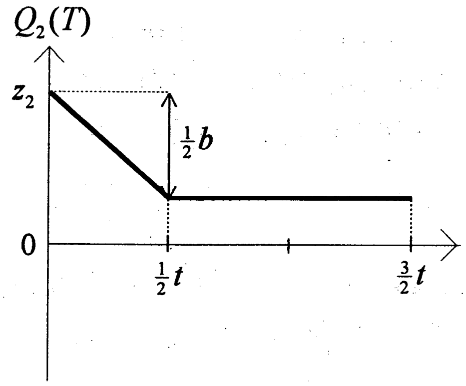

Figure 2　Case 1.の Player IIの在庫量

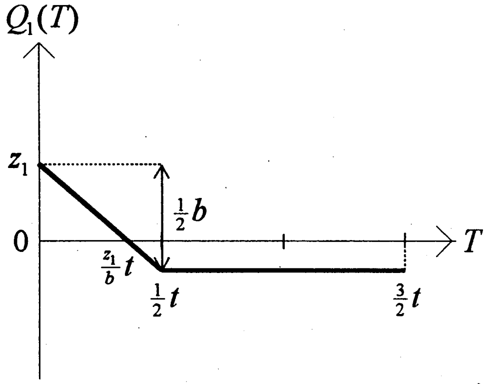

Figure 3　Case 2. の Player I の在庫量

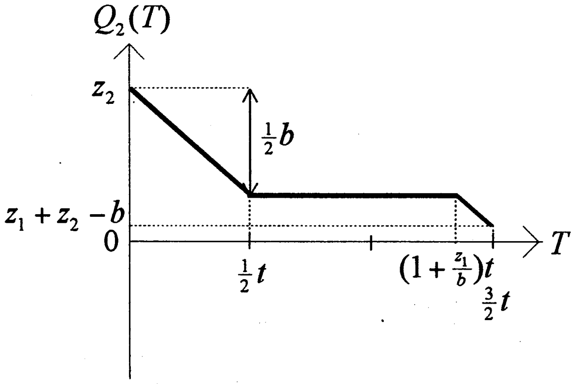

Figure 4　Case 2. の Player II の在庫量

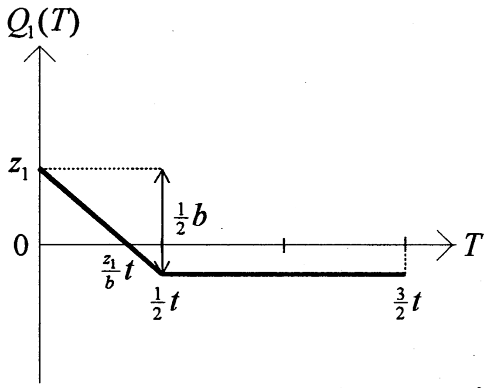

Figure 5　Case 3. の Player I の在庫量

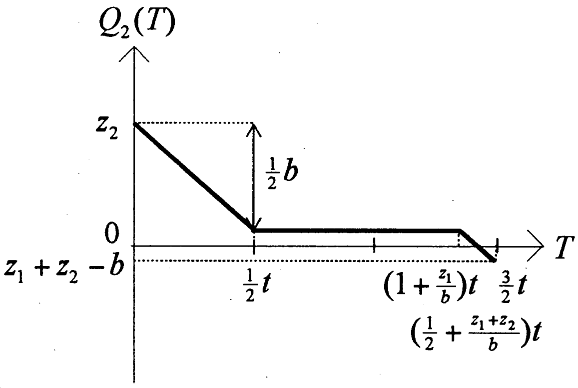

Figure 6　Case 3. の Player II の在庫量

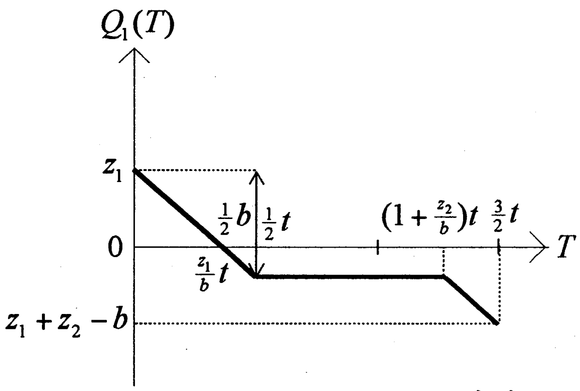

Figure 7　Case 4. の Player I の在庫量

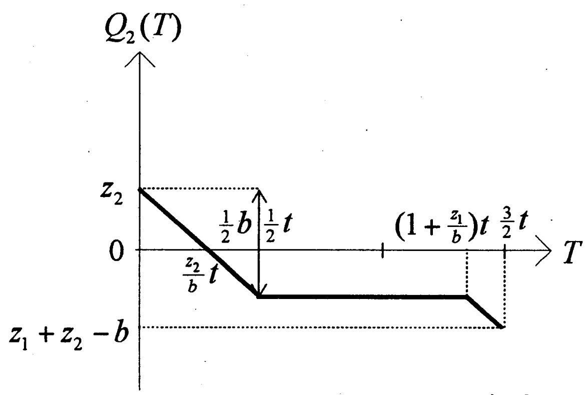

Figure 8　Case 4. の Player II の在庫量